



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2018-2019

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + (a + 2)z &= 1 \\ x + y + az &= 0 \\ (a - 1)x + 2z &= a + 1 \end{aligned} \right\}$$

- Discútase el sistema para los diferentes valores de  $a$ .
- Resuélvase para  $a = 2$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las funciones reales de variable real

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + 5x + 20 \quad g(x) = \frac{ax}{x^2 + 1} + \frac{1}{(1 + x)^2}$$

- Hállese el punto en el que la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  tiene pendiente  $-3$  y determínese la ecuación de esta recta tangente.
- Calcúlese el valor de  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ , para que el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de  $g$ , las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$  y el eje  $OX$  sea igual a  $2u^2$ .

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

- Determínense el dominio y las asíntotas de  $f(x)$ .
- Obténganse los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

En una panadería se elabora pan de dos tipos: blanco y cereales. Uno de cada tres panes es de cereales. Un pan blanco tiene la misma probabilidad de estar elaborado con masa congelada que con masa fresca, mientras que la probabilidad de que un pan de cereales se elabore con masa fresca es de  $0'6$ . Se elige un pan al azar. Determínese la probabilidad de que:

- Esté elaborado con masa fresca.
- Sea de cereales sabiendo que está elaborado con masa congelada.

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo que dura una sesión de rehabilitación de hombro, en minutos (min), se puede aproximar por una variable aleatoria  $X$  con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 10$  min.

- Determínese el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  sea menor que 5 min, con un nivel de confianza del 95%.
- Supóngase que  $\mu = 40$  min. Calcúlese el tamaño que debe tener una muestra aleatoria simple para que  $P(\bar{X} \leq 38) = 0'1587$ .

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérense las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  siguientes, donde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$$

a) Determinéense los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que se verifique

$$C \cdot A = B \cdot C \quad \text{y} \quad |C| = 2$$

Nota:  $|C|$  es el determinante de la matriz  $C$ .

b) Calcúlese, para los valores  $a = b = c = 1$ ,  $C^{-1} \cdot B \cdot C$  y  $B^{100}$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Para el mantenimiento de las piscinas de cierto hotel se quiere utilizar cloro de disolución lenta (CL) y cloro estabilizado (CE). El hotel quiere que la cantidad de cloro que se use en la temporada de verano, sea como mucho 500 kg y la cantidad de cloro de disolución lenta sea mayor que la cantidad de cloro estabilizado al menos en 100 kg. No podrán utilizarse más de 350 kg de cloro de disolución lenta ni menos de 100 kg de cloro estabilizado. Cada kg de cloro de disolución lenta cuesta 30 euros, mientras que cada kg de cloro estabilizado cuesta el doble.

a) Representétese la región del plano determinada por las restricciones anteriores.

b) Se desea que el gasto, respetando las características anteriores, sea el mínimo posible. Determinéense las cantidades de cloro de cada tipo que deben usarse para minimizar los costes. Obténgase el valor del coste mínimo.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - a}$$

a) Calcúlese el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  para que  $f(x)$  tenga tangente horizontal en  $x = 3$ .

b) Hállense las asíntotas de  $f(x)$  para  $a = 4$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  sucesos de un experimento aleatorio tales que:  $P(A|B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{6}$  y  $P(A) = \frac{2}{3}$ .

Calcúlese:

a)  $P(\overline{B} \cup \overline{A})$ .

b)  $P(\overline{A} \cap B)$ .

Nota:  $\overline{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos) En la zona centro de una ciudad, el alquiler mensual de los locales comerciales se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  euros (€) y desviación típica  $\sigma$  euros.

a) Suponiendo  $\mu = 3000$  €, determínese  $\sigma$  para que al elegir una muestra aleatoria simple de tamaño 49, la probabilidad de que el alquiler medio mensual de la muestra supere los 3125 € sea  $0'20$ .

b) Suponiendo una desviación típica poblacional igual a 1000 € y el valor de  $\mu$  desconocido, determínese un intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ , basado en la información de una muestra aleatoria simple de 100 locales comerciales en la que se observó un alquiler mensual medio de 3300 €.



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II  
**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN**

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto del determinante de la matriz de los coeficientes  
y valores críticos ..... 0,50 puntos.
- Discusión correcta..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Solución correcta del sistema..... 1,00 punto.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto

- Obtención correcta de la derivada ..... 0,50 puntos.
- Expresión correcta del punto de tangencia ..... 0,25 puntos.
- Obtención correcta de la ecuación de la recta tangente..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la integral y los límites de integración ..... 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de la integral indefinida ..... 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la integral definida ..... 0,25 puntos.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Determinación correcta del dominio ..... 0,25 puntos.
- Obtención de las asíntotas verticales..... 0,50 puntos.
- Obtención de la asíntota horizontal..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de la derivada..... 0,50 puntos.
- Obtención de los intervalos de crecimiento y decrecimiento ..... 0,50 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  ..... 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del error ..... 0,25 puntos.
- Determinación correcta del tamaño mínimo de la muestra ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Expresión de la distribución de la media muestral ..... 0,25 puntos.
- Tipificación correcta de la variable..... 0,25 puntos.
- Obtención correcta del tamaño..... 0,50 puntos.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación de relaciones entre a, b y c con la ecuación matricial .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto del determinante..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de los valores ..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Comprobación de la igualdad..... 0,50 puntos.

Cálculo de la potencia ..... 0,50 puntos.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región factible..... 0,50 puntos.

Obtención correcta de los vértices..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Encontrar el punto de valor mínimo (abscisa y ordenada) ..... 0,75 puntos

Determinar mínimo de la función ..... 0,25 puntos.

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la derivada de la función..... 0,50 puntos.

Obtención correcta de la pendiente de la recta tangente ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del parámetro ..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de las asíntotas verticales..... 0,50 puntos.

Obtención de la asíntota oblicua ..... 0,50 puntos

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad ..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media muestral ..... 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable ..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de la desviación típica ..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$  ..... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza ..... 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo ..... 0,50 puntos.